

УДК 51(079)

DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2026/1.10>

Олександр БОРИСЕЙКО, Канд. фіз.-мат. наук, Доц.

ORCID ID: 0009-0001-3023-5332

e-mail: boryseiko@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

Олег ПЕРЕГУДА, Канд. фіз.-мат. наук, Доц.

ORCID ID: 0000-0002-7465-3173

e-mail: perehudao@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

ВСЕУКРАЇНСЬКА ОЛІМПІАДА КИЇВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА З МАТЕМАТИКИ 2026

***Анотація.** Олімпіада з математики – це не просто конкурс, а справжнє випробування для розуму, де обдаровані учні можуть випробувати свої сили у розв'язуванні нестандартних і складних задач. Такі змагання чудово стимулюють інтерес до точних наук та допомагають учням розвивати математичне мислення. У представленій роботі зібрано та детально розібрано розв'язки завдань Всеукраїнської олімпіади Київського національного університету імені Тараса Шевченка за 2026 рік.*

***Ключові слова:** математична олімпіада; рівняння; нерівність; розв'язок; трикутник.*

1. Вступ

Проведена у 2026 році Всеукраїнська олімпіада з математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка вкотре привернула увагу випускників закладів загальної середньої освіти, які планують продовжити навчання у закладах вищої освіти. Для багатьох учнів і учениць участь в олімпіаді стала важливим етапом підготовки до національного мультипредметного тесту та можливістю об'єктивно оцінити власний рівень математичної підготовки. Олімпіадні змагання традиційно стимулюють інтерес до поглибленого вивчення математики та розвитку творчого математичного мислення.

На відміну від завдань стандартного шкільного курсу, які переважно орієнтовані на застосування відомих алгоритмів, олімпіадні задачі потребують пошуку нестандартних підходів і нових ідей. Нерідко ключ до розв'язання такої задачі полягає в одному нетривіальному спостереженні або вдало обраному методі. Водночас фундаментальні математичні принципи залишаються спільними для цілих класів задач, а головним викликом для учасника є своєчасне розпізнавання структури задачі та вибір адекватного математичного інструментарію.

Ефективна підготовка учнів до математичних змагань високого рівня потребує комплексного підходу та використання сучасних освітніх ресурсів, зокрема спеціалізованих інтернет-платформ і фахової методичної літератури. Особливе місце серед таких джерел посідають праці провідних українських фахівців з олімпіадної

математики, зокрема серія навчально-методичних посібників за редакцією Б. В. Рубльова (Рубльов, 2014), роботи О. А. Сарани (Сарана, 2005) та І.М. Конета, В. М. Радченка та Ю. В. Теплінського (Конет, Радченко, Теплінський, 2010). Основною метою цих видань є систематизація нестандартних методів аналізу та розв'язування математичних задач підвищеної складності.

Методика викладу матеріалу в зазначених працях ґрунтується переважно на індуктивному підході: теоретичні узагальнення, ключові твердження та методичні рекомендації формуються безпосередньо під час детального аналізу практичних завдань, запозичених із реальних математичних олімпіад різних рівнів. Крім того, цікаві задачі учнівських математичних змагань та оригінальні ідеї їх розв'язання висвітлено у роботах (Борисейко, Перегуда, 2024), (Борисейко, Перегуда, 2025), (Городній, 2025), (Волошина, 2025).

У цій статті розглянуто окремі задачі Всеукраїнської олімпіади з математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка 2026 року, проаналізовано підходи до їх розв'язування та обговорено методичні аспекти, що можуть бути корисними для подальшої підготовки учнів до математичних змагань.

2. Задачі фінального туру

Всеукраїнська олімпіада Київського національного університету імені Тараса Шевченка з математики 2026 відбувалася на базі механіко-математичного факультету і складалася з двох турів: заочного та фінального. У олімпіаді прийняли участь 46 учасників з різних регіонів України.

Наведемо умови завдань фінального туру олімпіади з відповідними розв'язуваннями або вказівками.

Задача 1. Порівняти числа:

- а) $\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{51 + 14\sqrt{2}}$ та 9;
б) $\cos^2 \frac{\pi}{12}$ та $\frac{2}{3}$.

Розв'язання.

- а) Виділимо повні квадрати виразів під знаком кореня:

$$\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} = \sqrt{9 - 6\sqrt{2} + 2} = \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} = |3 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2},$$

$$\sqrt{51 + 14\sqrt{2}} = \sqrt{49 + 14\sqrt{2} + 2} = \sqrt{(7 + \sqrt{2})^2} = |7 + \sqrt{2}| = 7 + \sqrt{2}.$$

Проведемо порівняння

$$3 - \sqrt{2} + 7 + \sqrt{2} = 10 > 9.$$

б) Згідно з тригонометричною формулою половинного аргументу

$$\cos^2 \frac{\pi}{12} = \frac{1 + \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}.$$

Відтак порівнюємо тепер

$$\frac{2 + \sqrt{3}}{4} \quad \text{та} \quad \frac{2}{3}.$$

Зводимо вирази до спільного знаменника і маємо для порівняння числа

$$\frac{6 + 3\sqrt{3}}{12} \quad \text{та} \quad \frac{8}{12}.$$

Звідси отримуємо, що $3\sqrt{3} > 2$, оскільки $27 > 4$.

Відповідь: $\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{51 + 14\sqrt{2}} > 9$, $\cos^2 \frac{\pi}{12} > \frac{2}{3}$.

Задача 2. Знайти значення $\log_{30} 8$, якщо $\log_{30} 3 = a$, $\log_{30} 5 = b$.

Розв'язання. Проведемо наступні перетворення:

$$\begin{aligned} \log_{30} 8 &= \log_{30} 2^3 = 3\log_{30} 2 = 3\log_{30} \frac{30}{3 \cdot 5} = \\ &= 3(\log_{30} 30 - \log_{30} 3 - \log_{30} 5) = 3(1 - a - b). \end{aligned}$$

Відповідь: $\log_{30} 8 = 3(1 - a - b)$.

Задача 3. Нехай x, y – натуральні числа. Чи може число

$$x^2 + x(y + 2) - 2y^2 + 7y - 3$$

бути простим натуральним числом? *Відповідь обґрунтувати.*

Розв'язання. Розглянемо число $x^2 + x(y + 2) - 2y^2 + 7y - 3$ як квадратний тричлен зі змінною x та параметром y .

Дискримінант даного тричлена:

$$D = (y + 2)^2 - 4(-2y^2 + 7y - 3) = 9y^2 - 24y + 16 = (3y - 4)^2.$$

Тоді нулями тричлена будуть:

$$x_1 = \frac{-(y+2) - (3y-4)}{2} = -2y+1, \quad x_2 = \frac{-(y+2) + (3y-4)}{2} = y-3.$$

Тоді число $x^2 + x(y+2) - 2y^2 + 7y - 3$ можна розкласти на множники наступним чином:

$$x^2 + x(y+2) - 2y^2 + 7y - 3 = (x+2y-1)(x-y+3).$$

Для того, щоб початкове число було простим, один із цих множників повинен дорівнювати одиниці, а інший – простому числу.

Перевіримо таку можливість, врахувавши, що x, y – натуральні числа, тобто $x \geq 1$ та $y \geq 1$.

Число $x+2y-1 \geq 2$ не дорівнює 1.

Число $x-y+3 = 1$ при $y = x+2$. Тоді

$$x+2y-1 = x+2(x+2)-1 = 3x+3 = 3(x+1)$$

не є простим, оскільки $x+1 > 1$. Отже, даний вираз не може бути простим числом.

Відповідь: Вираз $x^2 + x(y+2) - 2y^2 + 7y - 3$ не може бути простим числом, якщо x, y – натуральні числа.

Задача 4. Задано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Довжина ребра куба дорівнює 4 см. Точка P належить діагоналі AC_1 і $PC_1:AP = 3$. Визначити довжину відрізка B_1P .

Розв'язання. Розглянемо бічну грань куба – квадрат $AA_1 B_1 B$ (рис. 1). За теоремою Піфагора його діагональ $AB_1 = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$ см.

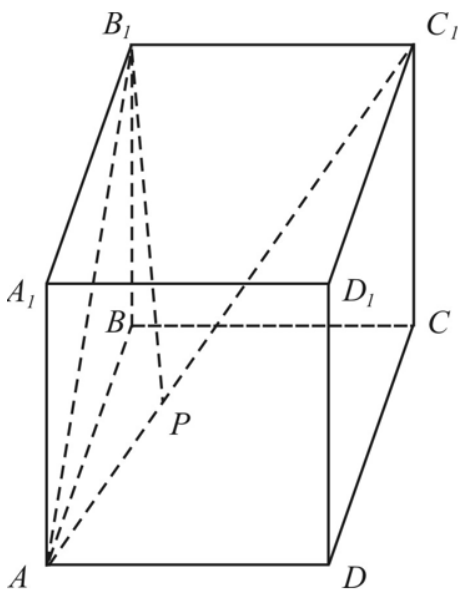


Рис. 1. Рисунок до задачі 4

Ребро куба B_1C_1 перпендикулярне до AA_1B_1B , отже, перпендикулярне до AB_1 , і $\triangle AB_1C_1$ – прямокутний.

Тому за теоремою Піфагора $AC_1 = \sqrt{32 + 16} = 4\sqrt{3}$ см.

Позначимо $\angle B_1AC_1 = \alpha$. З $\triangle AB_1C_1$:

$$\cos \alpha = \frac{AB_1}{AC_1} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Нехай $AP = x$, тоді $PC_1 = 3x$.

Далі $AP + PC_1 = x + 3x = AC_1 = 4\sqrt{3}$ см, $x = \sqrt{3}$ см.

Отже, $AP = \sqrt{3}$ см.

Для визначення довжини B_1P застосуємо теорему косинусів до $\triangle PAB_1$:

$$B_1P^2 = AB_1^2 + AP^2 - 2AB_1 \cdot AP \cos \alpha = 32 + 3 - 2 \cdot 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = 35 - 16 = 19.$$

Тоді $B_1P = \sqrt{19}$ см.

Відповідь: $\sqrt{19}$ см.

Задача 5. Розв'язати рівняння:

а) $x^2 - \cos(2\pi - x) = -1$;

б) $x^2 + y^2 + 2xy = \cos \frac{\pi(x-y)}{2} - 1$.

Розв'язання.

а) З властивостей періодичності та парності функції $\cos x$ маємо

$$\cos(2\pi - x) = \cos x.$$

Отже, рівняння набуває вигляду:

$$x^2 + 1 = \cos x.$$

Тоді з очевидних нерівностей: $x^2 + 1 \geq 1$ та $-1 \leq \cos x \leq 1$ слідує, що рівність можлива, коли обидва вирази рівні 1. Тобто при $x = 0$.

б) Перетворимо рівняння

$$(x + y)^2 + 1 = \cos \frac{\pi(x - y)}{2}.$$

З нерівностей $(x + y)^2 + 1 \geq 1$ та $-1 \leq \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \leq 1$ маємо, що рівність можлива при

$$\cos \frac{\pi(x-y)}{2} = 1 \text{ та } x + y = 0.$$

Отже, маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 0, \\ \frac{\pi(x-y)}{2} = 2\pi n, \end{cases} n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = 4n, \end{cases} n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 4n, \\ 2y = -4n. \end{cases}$$

Множина розв'язків даної системи $(2n, -2n)$, $n \in \mathbb{Z}$.

Відповідь: а) $\{0\}$; б) $(2n, -2n)$, $n \in \mathbb{Z}$.

3. Висновки

Сталий інтерес школярів до математичних змагань свідчить про високий престиж олімпіади як інтелектуального заходу. Тут майбутні лідери наукової спільноти змагаються не лише за лідерство, а й за право довести свою здатність мислити критично та нестандартно. Математика є універсальним інструментом пізнання світу, що розширює межі людських можливостей. Університетська спільнота щиро вірить у талант та невичерпну енергію молодих дослідників, які готові брати на себе відповідальність за розв'язування складних проблем сучасності. Київський національний університет імені Тараса Шевченка залишається надійним майданчиком, який плекає дух здорового суперництва, мотивує до самовдосконалення та веде молодь до нових життєвих і наукових перемог.

Список використаних джерел

- Борисейко О.В & Перегуда О.В. (2024). Всеукраїнська олімпіада Київського національного університету імені Тараса Шевченка з математики. // *У світі математики*, випуск 1. С. 23-28. DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2024/1.4>
- Борисейко О.В & Перегуда О.В. (2025). Всеукраїнська олімпіада Київського національного університету імені Тараса Шевченка з математики. Фінальний тур. // *У світі математики*, випуск 1. С. 33-38. DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2025/1.5>
- Волошина Т.В. (2025). Математичні олімпіади для молодших школярів. // *У світі математики*, випуск 2. С. 48-57. DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2025/2.5>
- Городній М.Ф. (2025). Про деякі методи розв'язування нестандартних рівнянь і нерівностей. // *У світі математики*, випуск 2. С. 33-40. DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2025/2.3>
- Конет І.М., Радченко В. М. & Теплінський Ю.В. (2010). *Математичні олімпіади школярів. Абетка. 388 с.*
- Рубльов Б. В. (2014). *Математичні олімпіади обдарованої молоді. К.: ТВІМС. 144 с.*
- Сарана О.А. (2005). *Математичні олімпіади: просте і складне поруч: Навчальний посібник. Тернопіль: Богдан. 412 с.*

References

- Boryseyko O.V. & Perehuda O.V. (2024). Vseukrayins'ka olimpiada Kyivskoho natsional'nogo universytetu imeni Tarasa Shevchenka z matematyky. // *U sviti matematyky*, випуск 1. pp. 23-28. DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2024/1.4> [in Ukrainian].
- Boryseyko O.V. & Perehuda O.V. (2025). Vseukrayins'ka olimpiada Kyivskoho natsional'nogo universytetu imeni Tarasa Shevchenka z matematyky. Final'nyy tur. // *U sviti matematyky*, випуск 1. pp. 33-38. DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2025/1.5> [in Ukrainian].
- Voloshyna T.V. (2025). Matematychni olimpiady dlya molodshykh shkolyariv. // *U sviti matematyky*, випуск 2. pp. 48-57. DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2025/2.5> [in Ukrainian].
- Horodniy M.F. (2025). Pro deyaki metody rozv'yazuvannya nestandardnykh rivnyan' i nerivnostey. // *U sviti matematyky*, випуск 2. pp. 33-40. DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2025/2.3> [in Ukrainian].
- Konet I.M., Radchenko V.M. & Teplinsky Y.V. (2010). *Mathematical Olympiads for Schoolchildren*. Abetka. 388 p. [in Ukrainian].
- Rublev B.V. (2014). *Mathematical Olympiads for Gifted Youth*. Kyiv: TViMS. 144 p. [in Ukrainian].
- Sarana O.A. (2005) *Mathematical Olympiads: Simple and Complex Side by Side*: Textbook. Ternopil: Bogdan. 412 p. [in Ukrainian].

Отримано редакцією журналу: 01.05.2026

Прийнято до публікації: 19.06.2026

Опубліковано: 30.07.2026

Oleksandr BORYSEIKO, Ph.D (Phys&Math), Assoc. Prof.

ORCID ID: 0009-0001-3023-5332

e-mail: boryseiko@knu.ua

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

Oleh PEREHUDA, Ph.D (Phys&Math), Assoc. Prof.

ORCID ID: 0000-0002-7465-3173

e-mail: perehudao@knu.ua

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

ALL-UKRAINIAN MATHEMATICS OLYMPIAD OF TARAS SHEVCHENKO NATIONAL UNIVERSITY OF KYIV FROM MATHEMATICS 2026

Abstract. *A mathematics Olympiad is not merely a competition, but a true intellectual challenge where gifted students can test their abilities by solving non-standard and complex problems. Such competitions effectively stimulate interest in the exact sciences and help students develop mathematical thinking. This paper compiles and provides detailed analyses of the solutions to the tasks of the 2026 All-Ukrainian Mathematics Olympiad held by Taras Shevchenko National University of Kyiv.*

Keywords: *mathematical Olympiad; equation; inequality; solution; triangle.*

Received: 01.05.2026

Accepted for publication: 19.06.2026

Published: 30.07.2026