

Євгенія КОЧУБІНСЬКА, Канд. фіз.-мат. наук, Доц.

ORCID: 0000-0003-4404-4278

e-mail: ekochubinska@kse.org.ua

Приватна установа «Університет «Київська школа економіки», Київ, Україна

ПРЕМІЯ АБЕЛЯ 2026: ВІД НІЛЬСА АБЕЛЯ ДО ГЕРДА ФАЛТІНГСА

Анотація. У статті розглянуто історію виникнення премії Абеля — однієї з найпрестижніших математичних нагород світу, яку часто називають «Нобелівською премією з математики». Простежено шлях від перших спроб її створення наприкінці XIX століття до офіційного заснування премії у 2002 році. Особливу увагу приділено постаті Нільса Генріка Абеля та його внеску в розвиток сучасної математики. Також висвітлено результати лауреата премії Абеля 2026 року Герда Фалтінгса, пов'язані з арифметичною геометрією, діофантовими рівняннями та гіпотезою Морделла. Через приклади еліптичних кривих і Великої теореми Ферма показано, як геометричні методи допомагають досліджувати властивості чисел. Стаття має науково-популярний характер і спрямована на ознайомлення широкого кола читачів із сучасними ідеями математики та історією їх розвитку

Ключові слова: премія Абеля; Герд Фалтінгс; арифметична геометрія; діофантові рівняння; еліптичні криві; гіпотеза Морделла.

1. Вступ

Чи може одна з найпрестижніших наукових премій світу з'явитися як відповідь на відсутність іншої? Так, може. Вручення саме такої премії відбулося 26 травня 2026 року в Норвезькій академії наук — премії Абеля — нагороди, яку часто називають найвищим визнанням у світі математики. Як вона виникла, чому стала настільки важливою і хто отримав її цього року?

Добре відомо, що Нобелівську премію не вручають математикам. Навколо цього факту виникло чимало легенд: зокрема, часто можна почути історію про те, що дружина Альфреда Нобеля нібито втекла з математиком — навіть називають ім'я Гости Міттаг-Леффлера. Втім, ця версія не витримує жодної критики: Нобель ніколи не був одружений. Найімовірніше, причина значно прозаїчніша — він просто не вважав математику галуззю, досягнення в якій слід відзначати премією. У своєму заповіті, оголошеному 1897 року, Альфред Нобель чітко визначив перелік наук — і математики серед них не було.

Дізнавшись про це, видатний норвезький математик Софус Лі запропонував створити окрему нагороду — своєрідний «математичний аналог» Нобелівської премії. Вона мала відзначати досягнення саме в чистій математиці й носити ім'я іншого великого норвежця — Нільса Генріка Абеля.

2. Хто такий Нільс Генрік Абель?

Нільс Генрік Абель (1802–1829) — постать, без якої важко уявити математику XIX століття, а також математику наступних століть. Із його іменем ми, самі того не

помічаючи, знайомимося ще в школі. Саме там ми вперше стикаємося з об'єктом, що є прикладом структури, яку називають *абелевою групою*. Хоч цей термін у шкільній програмі зазвичай не звучить, його зміст нам добре знайомий.

Згадаймо властивості цілих чисел відносно додавання:

1. Сума двох цілих чисел знову є цілим числом.
2. Виконується сполучний (асоціативний) закон: $(a + b) + c = a + (b + c)$ для довільних цілих чисел a, b, c .
3. Існує число 0, яке не змінює значення: $a + 0 = 0 + a = a$ для довільного цілого числа a .
4. Для кожного цілого числа a існує протилежне: $a + (-a) = (-a) + a = 0$.
5. І, нарешті, відома кожному властивість: від перестановки доданків сума не змінюється, тобто для довільних цілих чисел a і b : $a + b = b + a$.

Саме ці прості правила і визначають структуру, яку в математиці називають *абелевою групою*. Якщо виконуються перші чотири умови, то маємо *групу*, а якщо додається ще й п'ята, то група стає *абелевою*. При цьому і множина, і дія можуть бути якими завгодно – важливо лише, щоб виконувалися відповідні аксіоми.

І це лише один із численних слідів, які Абель залишив у науці. Серед іншого він довів неможливість розв'язання загального рівняння п'ятого степеня в радикалах, заклав основи теорії еліптичних і абелевих функцій, вплинув на формування поняття абелевої групи і зробив вагомий внесок у дослідження збіжності степеневих рядів.

3. Історія створення премії

Софус Лі, усвідомлюючи значення математики та масштаб постаті Абеля, використав свій міжнародний авторитет, щоб зібрати підтримку для створення спеціального фонду. За його задумом, Абелівську премію мали вручати раз на п'ять років за видатні досягнення в чистій математиці. Втім, тоді цим планам так і не судилося здійснитися.

Однією з причин невдачі стала смерть головного натхненника – Софус Лі помер 1899 року. Попри підтримку провідних математичних центрів Європи, більшість домовленостей і контактів трималися саме на його особистому авторитеті. Коли його не стало, ці зусилля швидко зійшли нанівець.

До ідеї премії повернулися лише 1902 року. З нагоди 100-річчя від дня народження Нільса Генріка Абеля норвезький король Оскар II вирішив відродити цей задум. У співпраці з Науковим товариством Крістіанії (нині – Норвезька академія наук) математики Карл Стьормер і Людвіг Силон навіть розробили статут і правила майбутньої премії.

Здавалося, ще трохи і нагороду таки буде засновано. Але вирішальним чинником, як це часто буває, стала політика. У 1905 році розпався союз між Швецією та Норвегією, і в нових умовах у країни просто не вистачило коштів для реалізації такого амбітного проєкту.

Полярний дослідник Фрітьоф Нансен, чий фонд свого часу надихнув Софуса Лі, із жалем зазначав: навіть за наявності підтримки з-за кордону Норвегія не змогла

самостійно створити фонд Абеля. У листі 1906 року до математика Елінга Голста він гірко підсумував: «Абелівська премія, обіцяна покійним королем Оскаром, пішла на небо разом із унією».

На щастя, ідеї такого масштабу рідко зникають назавжди. Так і ця ідея лише чекала свого часу і повернулася майже через століття.

У серпні 2000 року біограф Абеля Арілд Стубгауг зустрівся з генеральним директором компанії Telenor Тормодом Хермансеном, щоб вдихнути нове життя в давній задум міжнародної премії імені Абеля. Ідею швидко підхопили в академічному середовищі: вже у березні 2001 року було створено робочу групу, яка активно взялася за її реалізацію.

Того ж року уряд Норвегії заснував фонд Абеля з початковим капіталом у 200 мільйонів норвезьких крон. А вже у 2002 році – до 200-річчя від дня народження Абеля – премію було офіційно засновано.

Сьогодні премія Абеля має дві ключові місії: відзначати найвидатніші досягнення в математиці та популяризувати цю науку серед широкого загалу, особливо серед молоді.

Першу нагороду вручили у 2003 році – її лауреатом став французький математик Жан-П'єр Серр (нар. 1926).

4. За що вручено премію Абеля 2026 року?

Цього року премію Абеля присуджено німецькому математику Герду Фалтінгсу (нар. 1954), науковцю Інституту Макса Планка (Бонн, Німеччина), «за впровадження потужних інструментів в арифметичну геометрію та доведення давно сформульованих діофантових гіпотез Морделла і Ленга». Його доведення гіпотези Морделла вважають одним із головних проривів арифметичної геометрії ХХ століття. Цікаво, що Фалтінгс також є лауреатом іншої престижної математичної нагороди, яку теж часто називають Нобелівською премією для математиків, – медалі Філдса.

Щоб зрозуміти, у чому полягає результат, за який Фалтінгс отримав нагороду, варто трохи зануритися в саму ідею задач, з якими працював математик. Звісно, далі піде спрощений виклад без строгих означень і доведень – повне розуміння цих ідей потребує кількох років університетської математики.

Почнімо з класики. Однією з найдавніших задач у математиці є пошук цілочисельних розв'язків рівнянь із цілими коефіцієнтами. Такі рівняння називають діофантовими – на честь давньогрецького математика Діофанта.

Класичним прикладом діофантового рівняння є теорема Піфагора, яку багато хто з нас формулює так:

$$a^2 + b^2 = c^2. \quad (1)$$

Цілочисельні розв'язки цього рівняння називають піфагоровими трійками. Таких трійок існує нескінченно багато, і найвідомішою є (3, 4, 5).

Інший, значно наочніший приклад діофантового рівняння – це рівняння кола. Найпростіша його форма:

$$x^2 + y^2 = 1. \quad (2)$$

Ми можемо зобразити розв'язки цього рівняння на площині:

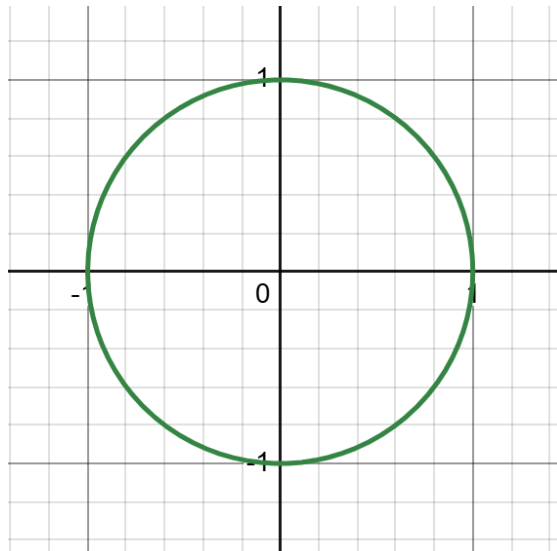


Рис. 1. Коло $x^2 + y^2 = 1$.

Або ж переписати це рівняння у вигляді $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ і шукати точки, де ця функція перетворюється на 0, тобто $f(x, y) = 0$.

Грубо кажучи, саме такий погляд – через геометричні об'єкти на властивості чисел – привів до виникнення арифметичної геометрії. Одним із найяскравіших представників цієї галузі є цьогорічний лауреат премії Абеля – Герд Фалтінгс.

Повернімося до рівняння кола. Його цілочисельні розв'язки легко перелічити: їх лише чотири, а саме: $(1, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(0, -1)$.

Водночас існує нескінченно багато раціональних розв'язків, тобто таких, що можуть бути записані як відношення двох цілих чисел. Наприклад, $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{4}{5}$ – також розв'язок цього рівняння.

Втім, ще значно більше точок на цій кривій мають ірраціональні координати, тобто такі, що не можуть бути зображені як відношення двох цілих чисел.

Отже, рівняння $x^2 + y^2 - 1 = 0$ має цілі, раціональні та ірраціональні розв'язки. Але якщо змінити другий степінь на третій, то рівняння $x^3 + y^3 - 1 = 0$ додатних раціональних розв'язків не матиме.

Давайте тепер ускладнимо задачу. Що буде, якщо у рівнянні $a^2 + b^2 = c^2$ піднести a , b і c до третього степеня? А якщо далі – до четвертого, п'ятого, n -го степенів? І будемо намагатися шукати розв'язки таких рівнянь. Таким чином ми дійдемо до *Великої теореми Ферма*, яка стверджує, що рівняння $a^n + b^n = c^n$ не має цілих розв'язків, якщо $n > 2$.

Це твердження, яке за легендою Ферма записав на полях «Арифметики» Діофанта, виявилось надзвичайно складним. Протягом століть нікому не вдалося знайти жодного цілочисельного розв'язку для випадку $n \geq 3$. Видатні математики – серед них Леонард Ойлер, Софі Жермен, Йоганн Петер Густав Лежен Діріхле та Адрієн-Марі Лежандр – змогли довести теорему лише для окремих випадків.

І лише 1995 року британський математик Ендрю Вайлс довів її в загальному випадку: цілих розв'язків не існує для жодного $n > 2$. До речі, за цей результат він 2016 року отримав премію Абеля.

Як ми вже бачили, рівняння, у яких поєднуються додавання і множення, можна уявити як криві, намальовані на «числовій площині» у певному числовому полі. Спростуючи, скажемо так: числове поле – це множина чисел із операціями додавання і множення, у якій можна додавати, віднімати, множити й ділити (окрім ділення на нуль), причому обидві операції є комутативними, тобто від перестановки доданків чи множників результат не змінюється. Важливо, що виконання цих дій не виводить нас за межі цієї множини: результат завжди залишається в ній. Наприклад, множина цілих чисел не є полем, адже частка двох цілих чисел не обов'язково є цілим числом. Натомість раціональні, дійсні та комплексні числа утворюють поля.

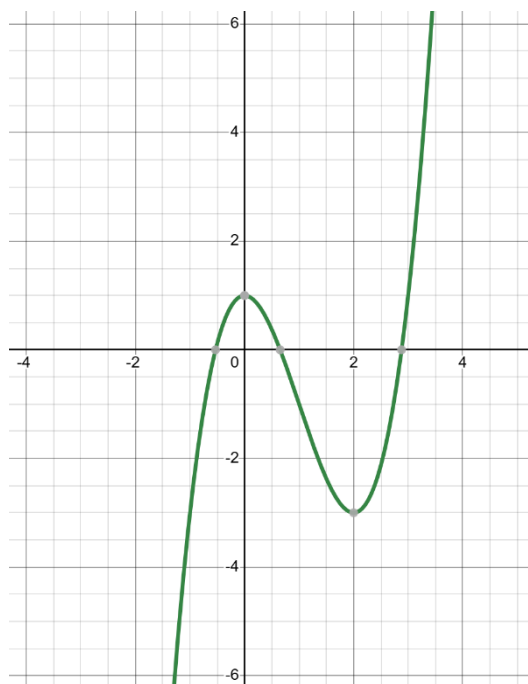


Рис. 2. Крива $y = x^3 - 3x^2 + 1$

Коли ми починаємо працювати в таких «замкнених світах чисел», природно виникають рівняння, побудовані за допомогою цих операцій. Найпростішими серед них є поліноміальні рівняння – ті, що містять різні степені однієї змінної. Наприклад,

$$x^3 - 3x^2 + 1 = 0. \quad (3)$$

Хоча на вигляд це лише алгебраїчний вираз, геометрично рівняння $y = x^3 - 3x^2 + 1$ задає криву.

І саме максимальний степінь у рівнянні визначає важливу характеристику цієї кривої – її рід, який, умовно кажучи, відображає кількість «отворів» у відповідному геометричному об'єкті.

Серед усіх таких кривих особливе місце займають так звані *еліптичні криві*, що можна задати рівняннями вигляду $y^2 = x^3 + ax + b$. Вони мають степінь 3 і рід 1.

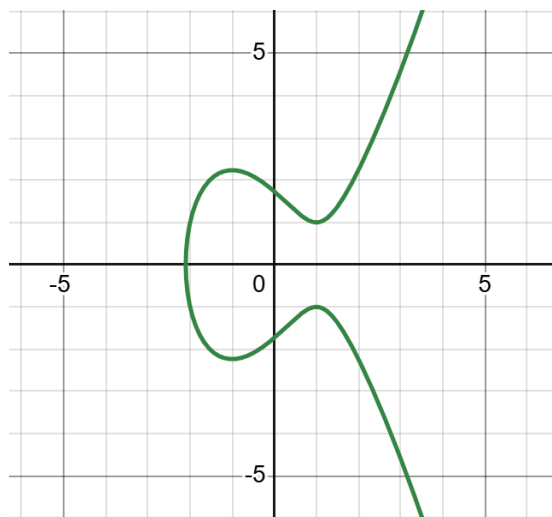


Рис. 3. Еліптична крива

Саме ці об'єкти виявилися напрочуд глибокими: еліптичні криві стали ключем до доведення Великої теореми Ферма, яке здійснив Ендрю Вайлс. Ба більше, вони давно вийшли за межі чистої теорії – саме на них, зокрема, базуються алгоритми електронного цифрового підпису, якими ми користуємося щодня, навіть не замислюючись про ту глибоку математику, яка там прихована.

І тут природно виникає питання: що відбувається, коли ми рухаємося ще далі – до складніших кривих? Уже в першій половині XX століття Луї Джоел Морделл звернув увагу на те, що поведінка раціональних точок на таких об'єктах може підкорятися певним закономірностям. Для еліптичних кривих він довів, що їхні раціональні точки утворюють скінченно породжену абелеву групу – структуру, яку ми вже згадували раніше.

Але коли йдеться про криві вищого роду – тобто більш складні *алгебраїчні криві* – ситуація різко ускладнюється. Морделл висловив гіпотезу, що для кривих роду 2 і вище кількість раціональних точок завжди скінченна, однак довести це він не зміг.

Лише у 1983 році Герд Фалтінгс зробив прорив, який став справжньою сенсацією в математиці. Він довів гіпотези Шафаревича і Тейта про скінченність, а разом із ними – і гіпотезу Морделла, яка сьогодні відома як *теорема Фалтінгса*. Його підхід виявився несподіваним: замість класичних методів діофантових наближень, яких очікували багато математиків, він використав інструменти арифметичної геометрії та класифікацію алгебраїчних кривих.

Пізніше математик Пол Войта використав діофантові наближення для отримання нового доведення, що відкрило нові напрями досліджень для Фалтінгса. Застосовуючи ці інструменти, він довів теорему про добуток Фалтінгса, а згодом гіпотезу Морделла–Ланга про розподіл раціональних точок.

Праці Фалтінгса в арифметичній геометрії й досі залишаються точкою відліку для нових досліджень: вони не лише дозволили розв'язати давні математичні проблеми, а й відкрили зовсім інший спосіб бачити зв'язок між геометрією та теорією чисел. Те, що колись здавалося набором окремих задач і технічних прийомів, сьогодні постає як єдина картина – де числа і форми, рівняння і криві описують одну й ту саму глибоку структуру. І саме в цьому переході від «обчислень» до «розуміння форми чисел» і полягає один із найважливіших зсувів у сучасній математиці.

Список використаних джерел

- Abel Prize. (2026). The Abel Prize 2026 awarded to Gerd Faltings. <https://abelprize.no/biography/2026-abel-prize-recipient-biography-gerd-faltings>
- Abel Prize. (n.d.). History of the Abel Prize. <https://abelprize.no>
- Dunham, W. (1990). Journey Through Genius: The Great Theorems of Mathematics. Penguin Books.
- Edwards, H. M. (1977). Fermat's Last Theorem: A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory. Springer.
- O'Connor, J. J., & Robertson, E. F. (n.d.). Niels Henrik Abel. MacTutor History of Mathematics Archive. <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Abel/>

References

- Abel Prize. (2026). The Abel Prize 2026 awarded to Gerd Faltings. <https://abelprize.no/biography/2026-abel-prize-recipient-biography-gerd-faltings>
- Abel Prize. (n.d.). History of the Abel Prize. <https://abelprize.no>
- Dunham, W. (1990). Journey Through Genius: The Great Theorems of Mathematics. Penguin Books.
- Edwards, H. M. (1977). Fermat's Last Theorem: A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory. Springer.
- O'Connor, J. J., & Robertson, E. F. (n.d.). Niels Henrik Abel. MacTutor History of Mathematics Archive. <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Abel/>

Отримано редакцією журналу: 20.04.2026

Прийнято до публікації: 19.06.2026

Опубліковано: 30.07.2026

Eugenia KOCHUBINSKA, Ph.D (Phys&Math), Assoc. prof.

ORCID: 0000-0003-4404-4278

e-mail: ekochubinska@kse.org.ua

Kyiv School of Economics, Kyiv, Ukraine

ABEL PRIZE 2026: FROM NIELS ABEL TO GERD FALTINGS

Abstract. *The paper examines the history of the Abel Prize, one of the world's most prestigious awards in mathematics, often referred to as the "Nobel Prize of Mathematics." The paper traces the development of the idea of the prize from the first attempts to establish it at the end of the nineteenth century to its official foundation in 2002. Special attention is devoted to the figure of Niels Henrik Abel and his contribution to the development of modern mathematics. The article also discusses the achievements of*

the 2026 Abel Prize laureate Gerd Faltings, particularly his work in arithmetic geometry, Diophantine equations, and the Mordell conjecture. Using examples of elliptic curves and Fermat's Last Theorem, the paper demonstrates how geometric methods can be applied to the study of properties of numbers. The paper has a popular science character and aims to familiarize a broad audience with modern mathematical ideas and the history of their development.

Keywords: *Abel Prize; Gerd Faltings; arithmetic geometry; Diophantine equations; elliptic curves; Mordell conjecture.*

Received: 20.04.2026

Accepted for publication: 19.06.2026

Published: 30.07.2026